

Adam BORCHERT*

ANALIZA PRZEBIEGÓW MOCY CHWILOWEJ SILNIKA INDUKCYJNEGO Z USZKODZONYMI PRĘTAMI KLATKI WIRNIKA Z WYKORZYSTANIEM PAKIETU MATLAB/SIMULINK

Analiza przebiegów mocy czynnej i biernej jest istotne przy analizie stanu maszyn elektrycznych prądu przemiennego do celów diagnostyki [4]. W przypadku analizy wartości chwilowych mocy czynnej i biernej w zastosowaniu do diagnostyki uszkodzeń wirnika maszyny indukcyjnej niezbędne jest przeprowadzenie analizy częstotliwościowej oraz zidentyfikowanie składników charakterystycznych dla uszkodzenia w przebiegach mocy silnika indukcyjnego. Do opracowania algorytmu najwygodniej jest przeprowadzić symulacje pozwalające na znalezienie symptomów uszkodzenia. Artykuł prezentuje model symulacyjny maszyny sprawnej oraz maszyny z uszkodzonymi prętami klatki wirnika silnika indukcyjnego wykonanego z wykorzystaniem pakietu Matlab/Simulink.

SŁOWA KLUCZOWE: moc czynna, bierna i pozorna, maszyny elektryczne, uszkodzenia wirnika, diagnostyka.

1. WSTĘP

Silnik indukcyjny klatkowy ma szerokie zastosowanie w wielu przemysłowych systemach napędowych. Jego zastosowanie staje się bardzo szerokie ze względu na prostą konstrukcję, oraz dzięki możliwości regulowania prędkości obrotowej za pomocą falowników napięcia. W tym artykule przedstawiono model symulacyjny silnika indukcyjnego. Silnik ma następujące dane znamionowe: napięcie $U_n (\Delta / Y) = 230/400V$, liczba biegunów $2p = 4$, znamionowy prąd $8,7/5$ A, współczynnik mocy $\cos\varphi = 0,81$, prędkość znamionowa $n_n = 1410$ obr / min, częstotliwość 50 Hz. Model symulacyjny silnika został opracowany w programie Matlab [1], dla stanu pracy w którym silnik jest podłączony do symetrycznego źródła zasilania. Analiza stanów dynamicznych maszyny indukcyjnej realizowana jest w naturalnym układzie współrzędnych [6, 7]. Macierz indukcyjności wzajemnej między uzwojeniami stojana i wirnika silnika indukcyjnego M_{sr} w naturalnym układzie współrzędnych jest zależna od kąta

* Politechnika Białostocka

obrotu pomiędzy uzwojeniami wirnika i stojana. W celu uproszczenia analizy macierze o elementach okresowo zmiennych dąży się do wyeliminowania zmienności tej macierzy od kąta φ , wprowadza się nowe wielkości które są liniowymi kombinacjami napięć i prądów. Dokonując transformacji liniowych przez macierze okresowo zmienne względem kąta obrotu [11].

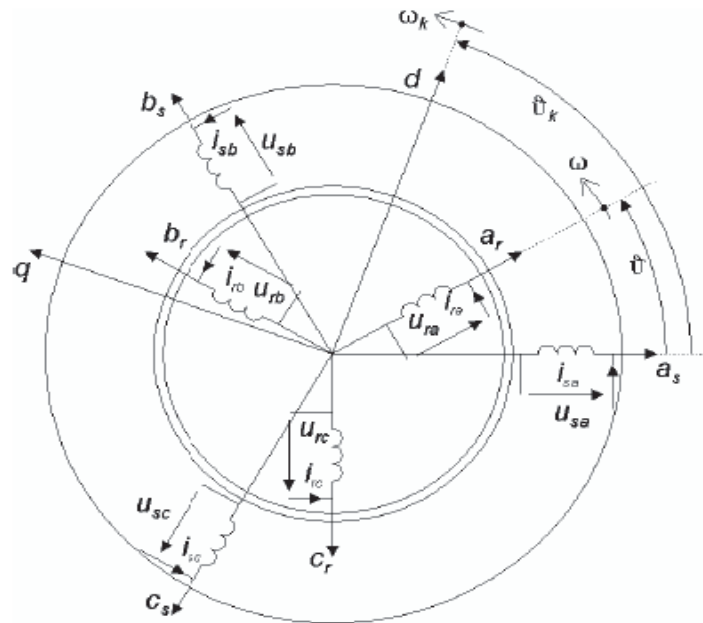
2. MODEL MATEMATYCZNY SILNIKA INDUKCYJNEGO

Do opisu matematycznego maszyn elektrycznych, jak również rozbudowanych systemów elektromechanicznych stosuje się, w zależności od potrzeb, modele obwodowe, modele polowe oraz modele polowo-obwodowe [12]. Modele obwodowe stanowią podstawę opisu matematycznego układów napędowych, w tym zautomatyzowanych układów przekształtnikowych wykorzystywanych w licznych procesach technologicznych. W przypadku modelowania obwodowego zazwyczaj wykorzystuje się równania zapisane z zastosowaniem wektorów przestrzennych, które tworzą wektorową postać obwodowego modelu matematycznego. Postać wektorową obwodowego modelu matematycznego uzyskuje się po zastosowaniu definicji wektora przestrzennego do równań bilansu napięć obwodów stojana i wirnika trójfazowej (wielofazowej) maszyny elektrycznej prądu przemiennego[5].

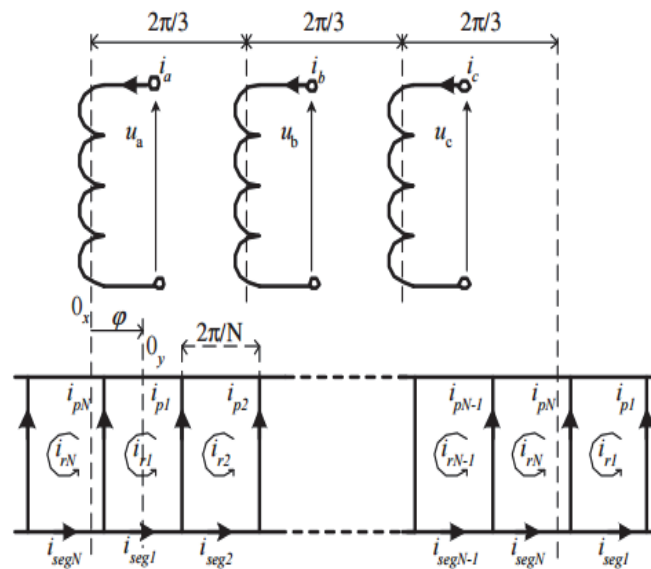
2.1. Model maszyny indukcyjnej klatkowej z symetrycznym obwodem magnetycznym w naturalnym układzie współrzędnych

Rozmieszczenie uzwojeń stojana i wirnika w symetrycznej trójfazowej maszynie indukcyjnej przedstawia rysunek 1. Maszynę indukcyjną można traktować jako system sprzężonych magnetycznie cewek uzwojeń stojana i wirnika.

W modelu matematycznym przyjmuje się dalej, że uzwojenie stojana jest zbudowane symetrycznie z trzech faz o p parach biegunów magnetycznych, przesuniętych na obwodzie stojana o $2/3$ podziałki biegunowej, a uzwojeniem wirnika jest symetryczna klatka o N prętach [1]. Rysunek 1 pokazuje schemat rozkadu uzwojeń silnika stojana i wirnika. Model symulacyjny uwzględnia w przepływie uzwojenia stojana wyższe harmoniczne jedynie rzędu $(2k+1)$, gdzie $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, oraz uwzględnia się żłobkowanie powierzchni stojana i wirnika uwzględniając w modelu symulacyjnym współczynnik Cartera uwzględniający zmniejszenie strumienia w szczelinie powietrznej, spowodowane szczyrbami żłobkowym. Schematycznie obwody maszyny indukcyjnej klatkowej przedstawia rysunek 2.



Rys. 1. Schemat rozkładu uzwojeń silnika indukcyjnego



Rys. 2. Obwody stojana i wirnika maszyny indukcyjnej klatkowej [13]

Równania napięciowe maszyny indukcyjnej klatkowej przy założeniu liniowości obwodu magnetycznego, zapisane we współrzędnych mają ogólną postać [10, 11]:

$$\begin{bmatrix} u_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & 0 \\ 0 & L_{\sigma r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{sr}^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie: u_s - wektory napięć zasilających uzwojenie stojana, i_s , i_r - wektory prądów uzwojeń stojana i wirnika, R_s , R_{rr} - macierze rezystancji uzwojeń stojana i wirnika, $L_{\sigma s}$, $L_{\sigma r}$ - macierz indukcyjności rozprożeń uzwojeń stojana i wirnika, L_s - symetryczna macierz indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń stojana, L_r - symetryczna macierz indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń wirnika, L_{sr} - macierz indukcyjności wzajemnych uzwojeń stojana z uzwojeniami wirnika.

Wektory prądów i napięć faz stojana oraz wektor prądów oczek klatki wirnika są następujące:

$$u_s = \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}, i_s = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, i_r = \begin{bmatrix} i_{r1} \\ \vdots \\ i_{rN} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Macierz rezystancji stojana ma postać:

$$R_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

gdzie: R_s - rezystancja uzwojenia fazy stojana.

Macierze rezystancji oczek klatki ma postać:

$$R_{rr} = \begin{bmatrix} 2 \cdot (R_e + R_b) & -R_b & 0 & \dots & R_e \\ -R_b & 2 \cdot (R_e + R_b) & -R_b & \dots & R_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_b & \dots & -R_b & \dots & R_e \\ R_e & \dots & R_e & \dots & m_2 R_e \end{bmatrix} \quad (4)$$

Macierz L_s jest macierzą indukcyjności własnej stojana :

$$\underline{L}_s = \sum_9 \begin{bmatrix} L_9^{1,1} & L_9^{1,2} e^{i9(\alpha_1 - \alpha_2)} & \dots & L_9^{1,M} e^{i9(\alpha_1 - \alpha_M)} \\ L_9^{2,1} e^{i9(\alpha_2 - \alpha_1)} & L_9^{2,2} & \dots & L_9^{2,M} e^{i9(\alpha_2 - \alpha_M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_9^{M,1} e^{i9(\alpha_M - \alpha_1)} & L_9^{M,2} e^{i9(\alpha_M - \alpha_2)} & \dots & L_9^{M,M} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Symetryczna macierz indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń wirnika:

$$\underline{L}_r = \sum_9 \begin{bmatrix} L_9^{M+1,M+1} & L_9^{M+1,M+2} e^{i9(\beta_1-\beta_2)} & \dots & L_9^{M+1,M+N} e^{i9(\beta_1-\beta_M)} \\ L_9^{2,1} e^{i9(\beta_2-\beta_1)} & L_9^{M+2,M+2} & \dots & L_9^{M+2,M+N} e^{i9(\beta_2-\beta_M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_9^{M+N,M+1} e^{i9(\beta_M-\beta_1)} & L_9^{M+N,M+2} e^{i9(\beta_M-\beta_2)} & \dots & L_9^{M+N,M+N} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\underline{M}_{rs} = \sum_9 \begin{bmatrix} L_9^{M+1,1} e^{i9(\beta_2-\alpha_1)} & L_9^{M+1,M+2} e^{i9(\beta_1-\alpha_2)} & \dots & L_9^{M+1,M+N} e^{i9(\beta_1-\alpha_M)} \\ L_9^{M+2,1} e^{i9(\beta_2-\alpha_1)} & L_9^{M+2,2} e^{i9(\beta_2-\alpha_2)} & \dots & L_9^{M+2,M+N} e^{i9(\beta_2-\alpha_M)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_9^{M+N,1} e^{i9(\beta_M-\alpha_1)} & L_9^{M+N,M+2} e^{i9(\beta_M-\alpha_2)} & \dots & L_9^{M+N,M} e^{i9(\beta_N-\alpha_M)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Macierze indukcyjności rozprożeń stojana przyjmuje postać:

$$L_{\sigma s} = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & M_{\sigma s} & M_{\sigma s} \\ M_{\sigma s} & L_{\sigma s} & M_{\sigma s} \\ M_{\sigma s} & M_{\sigma s} & L_{\sigma s} \end{bmatrix} \quad (8)$$

a macierz indukcyjności rozprożeń oczek klatki wirnika postać:

$$L_{\sigma r} = \begin{bmatrix} 2 \cdot (L_{\sigma p} + R_{\sigma seg}) & -L_{\sigma p} & 0 & \dots & -L_{\sigma p} \\ -L_{\sigma p} & 2 \cdot (L_{\sigma p} + R_{\sigma seg}) & -L_{\sigma p} & \dots & -L_{\sigma p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -L_{\sigma p} & \dots & -L_{\sigma p} & \dots & -L_{\sigma p} \\ L_{\sigma p} & \dots & -L_{\sigma p} & \dots & 2 \cdot (L_{\sigma p} + R_{\sigma seg}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} u_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & 0 \\ 0 & L_{\sigma r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_s & M_{sr} \\ M_{sr}^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (10)$$

Równania modelu (10) mogą być powiązane wzajemnie trojako, co wynika ze struktur macierzy indukcyjności głównych obwodów stojana L_s , obwodów wirnika L_r i macierzy indukcyjności wzajemnych pomiędzy obwodami stojana i wirnika M_{sr} , M_{sr}^T . Macierze indukcyjności odzwierciedlają wszystkie cechy obwodów elektrycznych i magnetycznych silnika. Model symulacyjny silnika indukcyjnego został zapisany w dwóch m-plikach programu Matlab.

3. ANALIZA WIDMA MOCY SILNIKA INDUCKYJENGO

Jedną z wielkości elektrycznych wykorzystywanych w diagnostyce uszkodzeń klatki wirnika silników indukcyjnych jest moc chwilowa. Uszkodzenia

prętów wirnika w silniku istotnie wpływają na przebiegi napięć i prądów, ponieważ uszkodzone pręty wirnika powodują niesymetrie rozkładu pola magnetycznego w szczelinie powietrznej. Metoda oparta o pomiar mocy chwilowej wykorzystuje pomiar wartości chwilowych prądu i napięcia. Moc chwilowa stanowi iloczyn tych dwóch wartości. Na podstawie przebiegu mocy chwilowej oblicza się widmo, w którym znajdują się składowe związane z uszkodzeniami. Na bazie składowych, znajdujących się w paśmie częstotliwości mocy chwilowej, otrzymane zostają wartości poszczególnych harmonicznych które mogą wskazywać na uszkodzenie. Autor metody stosuje również filtrację przy użyciu szybkiej transformaty Fouriera [5]. Następnie w widmie mocy chwilowej wyszukiwane są składowe o częstotliwościach charakterystycznych dla uszkodzenia. W kolejnym kroku wyznaczane są amplitudy tych składowych, które przekazywane są do modułu diagnostycznego, dokonującego oceny stanu klatki wirnika.

Analiza FFT pozwala wykryć symptomy uszkodzenia, jak również ocenić jego stopień. Metoda ta posiada jednak szereg ograniczeń. Głównie są one związane z czasem trwania symulacji, częstotliwością próbkowania sygnału, a także z interpretacją samych wyników. Wykrywanie uszkodzeń wirnika w silnikach indukcyjnych z wykorzystaniem analizy FFT prądu stojana polega na porównaniu aktualnych amplitud częstotliwości poślizgowych f_p wyznaczanych według (1) z amplitudą f_p maszyny nieuszkodzonej. Duży wzrost amplitud częstotliwości f_p świadczy o postępującym uszkodzeniu wirnika. Przyjmuje się dla maszyn dużej mocy, że różnica amplitudy harmonicznej sieciowej i poślizgowej f_p [1] świadczy o tak dużych uszkodzeniach, że niezbędne jest wyłączenie silnika z eksploatacji.

$$f_p = (1 \pm 2 \cdot k \cdot s) \cdot f_s \quad (11)$$

gdzie: s – poślizg, f_s – częstotliwość zasilania, $k = 1, 2, \dots$

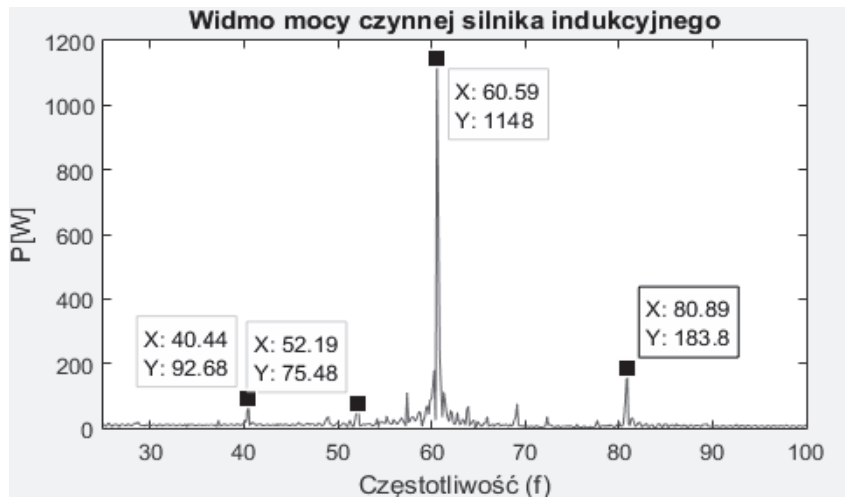
Na rysunku 3 zaznaczono częstotliwości poślizgowe dla $k = 1$ i $k = 2$ dla silnika z nieuszkodzonym wirnikiem i z dwoma uszkodzonymi prętami klatki wirnika. Wyraźnie widoczny wzrost amplitudy tych częstotliwości jest symptomem uszkodzenia, a wzrost ich wartości jest związany ze wzrostem liczby uszkodzonych prętów. Analiza widmowa mocy przeprowadzona została dla sygnału o czasie trwania pomiaru ok. 15 s.

Analiza mocy silnika wykonana została poprzez wymnożenie prądów zasilających silnik oraz napięcia fazowego silnika. W celu poszukiwania skutecznych algorytmów przygotowano program symulacyjny w pakiecie Matlab umożliwiającym modelowanie pracy silników przy zasilaniu z sieci. Modelowanie uszkodzeń prętów i pierścieni wykonuje się poprzez 100-krotne zwiększenie odpowiednich rezystancji. Zależności pozwalające obliczyć moc czynną i bierną na podstawie napięć i prądów fazowych układu trójfazowego. Moc czynna układu trójfazowego [5]:

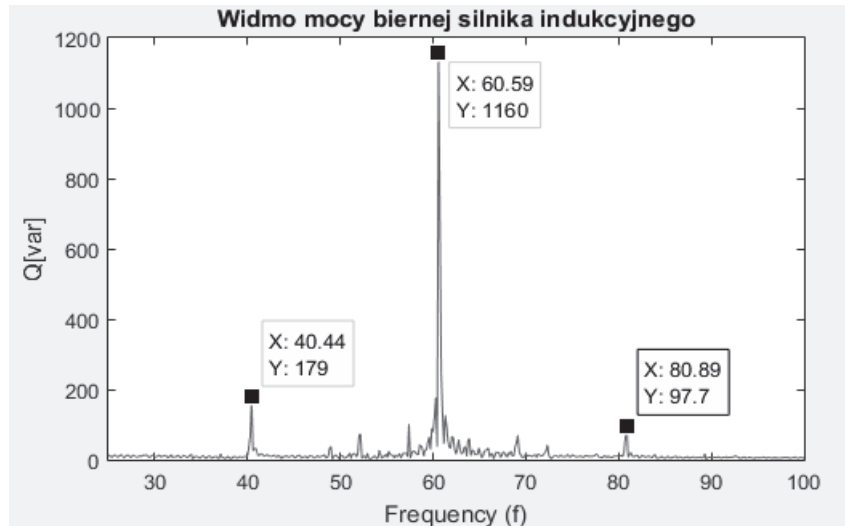
$$p = u_a \cdot i_a + u_b \cdot i_b + u_c \cdot i_c \quad (12)$$

Moc bierna układu trójfazowego przy zgodnej kolejności faz trójfazowego [5]:

$$q = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_b - u_c) \cdot i_a + \frac{1}{\sqrt{3}}(u_c - u_a) \cdot i_b + \frac{1}{\sqrt{3}}(u_a - u_b) \cdot i_c \quad (13)$$

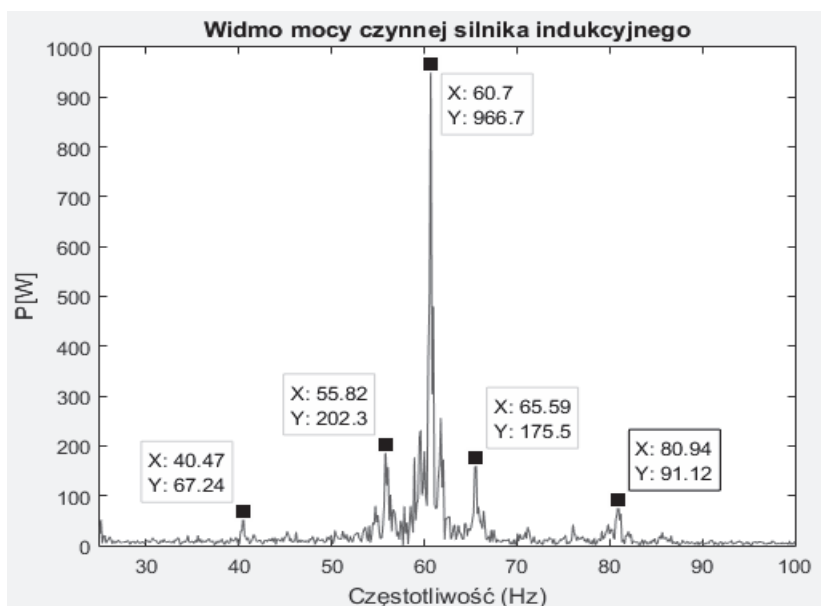


Rys. 3 Widmo harmonicznych przebiegu wartości mocy czynnej silnika indukcyjnego bez uszkodzeń

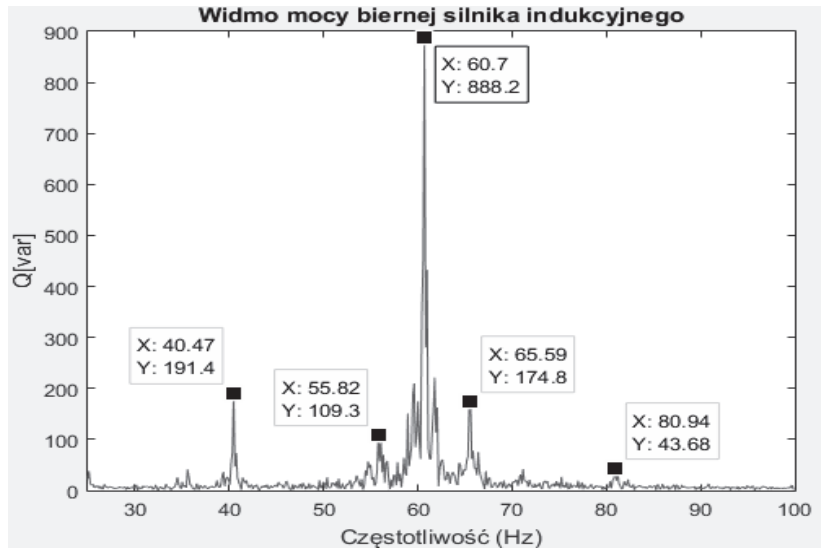


Rys. 4 Widmo harmonicznych przebiegu wartości mocy biernej silnika indukcyjnego bez uszkodzeń

Analiza widma mocy silnika indukcyjnego wykonana została za pomocą z wykorzystaniem programu Matlab przedstawia wyniki analizy harmonicznej mocy chwilowej maszyny bez uszkodzeń rysunku 3 i rysunku 4. Rysunek 5 i rysunek 6 prezentuje wyniki analizy dla uszkodzenia polegającego na pęknięciu dwóch kolejnych prętów wirnika modelowanego silnika. Po obu stronach harmonicznej podstawowej widoczne są listki boczne wynikające z uszkodzeń klatki. Wobec stosunkowo niewielkiej wartości amplitud składowych wywołanych uszkodzeniem oraz problemów automatycznej oceny na podstawie analizy harmonicznej, zastosowanie tej metody do diagnostyki w czasie normalnej pracy napędu jest dyskusyjne natomiast potwierdza że model symulacyjny daje poprawne wyniki stanu uszkodzenia maszyny.



Rys. 5 Widmo harmonicznych przebiegu wartości mocy czynnej silnika indukcyjnego z uszkodzonymi 2 prętami wirnika



Rys. 6 Widmo harmonicznych przebiegu wartości mocy biernej silnika indukcyjnego z uszkodzonymi 2 prętami wirnika

3. PODSUMOWANIE

Badania symulacyjne przeprowadzone na silniku indukcyjnego z uszkodzonymi prętami wirnika potwierdzają, że w widmie mocy chwilowej można odnaleźć dodatkowe składowe związane z częstotliwościami charakterystycznymi dla danego typu uszkodzenia [4]. Analiza widma mocy chwilowej silnika indukcyjnego nie daje wyraźnej poprawy interpretacji wyników otrzymanych w wyniku symulacji dla zasilania silnika z bezpośrednio sieci napięcia przemiennego w odniesieniu do analogicznej analizy prądu zasilającego silnik. Opracowanie modelu matematycznego silnika indukcyjnego z uszkodzonymi prętami wirnika w środowisku Matlab daje możliwości symulowania stanu maszyny przy uwzględnieniu dowolnego uszkodzenia. Wykorzystując opracowany model symulacyjny możliwe będą dalsze prace związane z opracowywaniem metod diagnostycznych silnika dla zasilania silnika z falowników o różnych algorytmach sterowania.

LITERATURA

- [1] Bellini A., Filippetti F., Guest editorial special on advances in electrical machine monitoring and diagnosis, IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 55, no. 12, pp. 4106–4108, Dec. 2008.
- [2] Bonnett A. H. Albers T., Squirrel-cage rotor options for AC induction motors, IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 37, no. 4, pp. 1197–1209, Jul./Aug. 2001.

- [3] Bonnett A. H., Soukup G. C., Rotor failures in squirrel-cage induction motors, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-22, no. 6, pp. 1165–1173, Nov./Dec. 1986.
- [4] Milimonfared J., Kelk H. M., Nandi S., Minassians A. D., Toliyat H. A., A novel approach for broken-rotor-bar detection in cage induction motors, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 35, no. 5, pp. 1000–1005, Sep./Oct. 1999.
- [5] Popenda A., Obliczanie mocy biernej w modelach matematycznych maszyn elektrycznych prądu przemiennego, *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY*, ISSN 0033-2097, R. 93 NR 1/2017
- [6] Benbouzid M. E. H., A review of induction motors signature analysis as medium for fault detection, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 47, no. 5, pp. 984–993, Oct. 2000.
- [7] Nandi S., Toliyat H. A., Li X., Condition monitoring and fault diagnosis of electrical motors—A review, *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 20, no. 4, pp. 719–729, Sep. 2005.
- [8] Eltabach M., Chahata A., Zein I., A comparison of external and internal methods of signal spectral analysis for broken rotor bars detection in induction motors, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 51, no. 1, pp. 107–121, Feb. 2004.
- [9] Bellini A., Quad demodulation: A time-domain diagnostic method for induction machine, *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 45, no. 2, pp. 712–719, Mar./Apr. 2009.
- [10] Sobczyk T. J., *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*. WNT, Warszawa 2004.
- [11] Weinreb K., *Modele matematyczne maszyn indukcyjnych z nierównomierną szczeliną powietrzną*. Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, Monografia nr 169, Kraków 1994, s. 7-87.
- [12] LAI H. C., Comparison of 2D and 3D finite element modelling results of a skewed induction machine. In: *International Conference on Power Electronics Machines and Drives*, London: IEEE, 2002, pp. 365–368. ISBN 0-85296-747-0. DOI: 10.1049/cp:20020144.
- [13] Sułowicz M., *Diagnostyka silników indukcyjnych metodami sztucznej inteligencji*, ROZPRAWA DOKTORSKA, Kraków, 2015.

**ANALYSIS OF INSTANTANEOUS POWER WAVEFORMS
OF AN INDUCTION MOTOR WITH ROTOR CAGE BARS WITH THE USE
OF THE MATLAB / SIMULINK PACKAGE**

Analysis of active and reactive power waveforms is important for the analysis of the condition of AC electric machines for the diagnosis of electrical machines [4]. In the case of the analysis of the momentary active and reactive power for the purposes of diagnostics of rotor induction faults, it is necessary to perform frequency analysis and to find components characteristic for damage in the power waveforms of the induction motor. To develop the algorithm, it is most convenient to perform simulations allowing to find symptoms of damage. The article presents a simulation model of a working machine and a machine with damaged rods of an induction motor cage made using the Matlab / Simulink package.

(Received: 14.02.2018, revised: 10.03.2018)